雷达目标的章动特性与章动频率估计*

王 涛[1] 周 颖[2] 王雪松[1] 肖顺平[1] 郭桂蓉[3]

1. 国防科技大学电子科学与工程学院综合信息系统研究所，长沙 410073；

2. 中国人民解放军63880部队，洛阳 471003；3. 中国人民解放军总装备部科技委，北京，100034

摘要 利用弹头的回波信号，雷达可以估计出弹头的章动频率. 由于弹头的RCS随其姿态的变化是非单调的，所以利用弹头的RCS序列进行章动频率估计时，RCS的非单调性会导致虚假的频率分量，这种虚假频率的幅度通常会远大于章动频率的幅度. 文中对雷达和自由段章动弹头的相对位置关系进行了建模，并详细分析了旋转对称弹头的极化散射特性；提取了一个与弹头RCS无关的特征量，该特征量仅仅与弹头的章动特性有关. 在此基础上提出了一种基于弹头全极化散射特性的章动频率估计方法. 仿真结果表明，提出的方法可以更加有效地估计弹头的章动频率.

关键词 弹道导弹 自由段 章动 参数估计 散射特性

对于弹道导弹攻防对抗中的防御方来说，由于弹头在自由段时间较长、运动相对简单等特点而受到了越来越大的重视[1]1). 弹头在自由段的运动可以分解为弹头质心沿弹道的轨道运动和弹头围绕过质心直线的自由规则转动——章动. 弹头的章动特性同其轨道特性、电磁散射特性一样，是弹头的固有属性，它可以作为弹头类目标识别的重要特征量.

直接利用目标转动引起的回波信号周期变化进行雷达目标识别的工作可以追溯到1958年，美国利用AN/FPS-16精密跟踪雷达跟踪了苏联当时刚发射的第二颗人造卫星，并详细记录了其回波信号，发现其RCS起伏中含有周期分量，且与角反射器的散射有相同的特性，雷达专家Barton由此断言，该卫星上载有角反射器[2]. 由于弹头章动特性具有较强的军事敏感性，国外关于弹头章动频率的估计的具体技术方法鲜有报道，见诸报道的大多为综述性文献[3]. 国内文献中对章动频率的估计一般是通过对弹头的RCS序列进行频域分析，提取幅度最大的频率分量作为章动频率的估计2),3). 当章动角较大时，弹头在章动周期内的姿态改变引起的RCS起伏会产生虚假周期分量，在对弹头的RCS序列进行频域分析时，该虚假周期分量的幅度有时会远大于章动频率的幅度，因此该方法的稳健性较差. 本文首先对雷达和章动弹头的相对几何关系进行了建模并详细分析了旋转对称弹头的极化特性. 研究表明，旋转对称弹头的交叉极化分量之和与共极化分量之差的比值仅仅取决于弹头的章动状态，而与弹头的散射矩阵及RCS矩阵无关. 利用旋转对称弹头的这一稳健的特征量，本文提出了一种章动频率估计方法并以某旋转对称弹头进行了仿真实验. 实验结果表明本文的方法可以有效克服基于RCS序列的章动频率估计方法引入的虚假频率，具有更高的稳健性.

2005-07-20收稿，2005-09-09收修改稿

* 全国优秀博士论文专项基金(批准号：08100101)、国防预研计划(批准号：41303517)和国防预研基金(批准号：51403010403KG0173)资助项目

E-mail：wanter2000@gmail.com

1) 周 颖. 电子战条件下导弹防御相控阵雷达仿真与评估研究，国防科技大学电子科学与工程学院博士学位论文，长沙，2005

2) 罗 宏. 动态雷达目标的建模与识别研究. 航天工业总公司第二研究院博士学位论文，北京，2000

3) 张居凤. 弹道导弹目标动态雷达特性仿真与识别研究. 国防科技大学硕士学位论文，长沙，2004

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1 自由段弹头章动特性建模

自由段弹头的运动可以分解为质心的轨道运动以及弹头绕质心的自由规则运动——章动. 由刚体运动知识[4,5]可知，弹头的章动角速度 $\tilde{\omega}$、自转角速度 n 和章动角 γ 存在如下关系，

$$\frac{n}{\tilde{\omega}}=\left(\frac{1-I_z/I_x}{I_z/I_x}\right)\cos\gamma\ , \tag{1}$$

其中 I_z 为弹头沿对称轴的转动惯量，I_x 为沿过弹头质心且平行于弹头底边直线的转动惯量. 弹头的章动角 γ 是弹头姿态控制中非常重要的一个特征量，它决定弹头是否能够安全的再入大气层. 为了保证弹头以较小的攻角再入大气层，章动角 γ 通常为几度到十几度，章动的频率为 Hertz 量级. 弹头章动时，弹头相对雷达的姿态发生周期性变化. 弹头的轨道运动将破坏因弹头章动引起的散射特性周期变化，但是在章动周期内，弹头沿轨道运动的距离通常约为几公里量级，对于距离雷达很远(几百公里至上千公里)的弹头，轨道运动引起的姿态变化与章动引起的姿态变化相比可以忽略，因此本文的分析将忽略弹头轨道运动而引起的姿态变化.

以弹头质心为坐标原点，令雷达视线为 z 轴正向，x 和 y 为互为正交的雷达发射极化方向，弹头章动轴的指向在 $oxyz$ 坐标系下表示为单位矢量 $\boldsymbol{n}=(\cos\Phi\sin\Theta,\ \sin\Phi\sin\Theta,\ \cos\Theta)$，设弹头顶部到质心的距离为 R. 以 o 为坐标原点，以 $\boldsymbol{n}$ 为 z' 轴，以 ozz' 平面与弹头顶部的轨迹所在平面交线为 y' 轴建立直角坐标系 $ox'y'z'$，如图 1 所示. 则在坐标系 $ox'y'z'$ 下弹头顶部轨迹可以表示为

$$(x',y',z')=(R\sin\gamma\cos(\tilde{\omega}t+\varphi_0),\ R\sin\gamma\sin(\tilde{\omega}t+\varphi_0),R\cos\gamma))\ , \tag{2}$$

其中 $\tilde{\omega}$ 为章动角速度，φ_0 为零时刻弹头顶部轨迹的圆心到弹头顶部连线与 x' 轴的夹角，在下文的仿真分析，如无特别声明，φ_0 都设为 0. 经过坐标变换[6]，弹头顶部轨迹在 $oxyz$ 的轨迹可以表示为

$$\begin{bmatrix}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{bmatrix}=R_Z\left(\frac{\pi}{2}-\Phi\right)R_X(\Theta)\begin{bmatrix}x'(t)\\y'(t)\\z'(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sin\Phi & \cos\Phi\cos\Theta & \cos\Phi\sin\Theta\\-\cos\Phi & \sin\Phi\cos\Theta & \sin\Phi\sin\Theta\\0 & -\sin\Theta & \cos\Theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R\sin\gamma\cos(\tilde{\omega}t+\varphi_0)\\R\sin\gamma\sin(\tilde{\omega}t+\varphi_0)\\R\cos\gamma\end{bmatrix}\ , \tag{3}$$

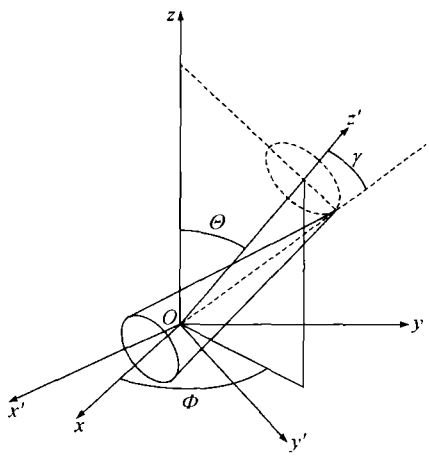

图 1 弹头姿态建模

其中 $R_Z\left(\frac{\pi}{2}-\Phi\right)=\begin{bmatrix}\sin\Phi & \cos\Phi & 0\\-\cos\Phi & \sin\Phi & 0\\0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，$R_X(\Theta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\0 & \cos\Theta & \sin\Theta\\0 & -\sin\Theta & \cos\Theta\end{bmatrix}$. 此时弹头顶部轨迹在平面 oxy 上的投影为一个椭圆，椭圆的长轴长为 $2R\sin\gamma$，短轴长为 $2R\sin\gamma\cos\Theta$，弹头顶部轨迹的圆心在 oxy 平面上的投影即为椭圆的中心，其坐标为 $R\cos\gamma(\cos\Phi\sin\Theta,\ \sin\Phi\sin\Theta)$，图 2，3 分别给出了 $\Theta>\gamma$ 和 $\Theta<\gamma$ 时弹头在 $oxyz$ 坐标下的姿态以及弹头顶端在 oxy 平面上的投影轨迹. 弹头顶部在 oxy 平面上的投影方程可以表示为

$$\frac{(x(t)\cos\Phi+y(t)\sin\Phi-R\cos\gamma\sin\Theta)^2}{R^2\sin^2\gamma\cos^2\Theta}+\frac{(-x(t)\sin\Phi+y(t)\cos\Phi)^2}{R^2\sin^2\gamma}=1\ . \tag{4}$$

将坐标系 oxy 逆时针旋转 Φ 可以得到坐标系 $ox''y''$，则椭圆在坐标系 $ox''y''$ 下可以表示为

$$\frac{(x''(t)-R\sin\Theta\cos\gamma)^2}{R^2\sin^2\gamma\cos^2\Theta}+\frac{y''^2(t)}{R^2\sin^2\gamma}=1\ . \tag{5}$$

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

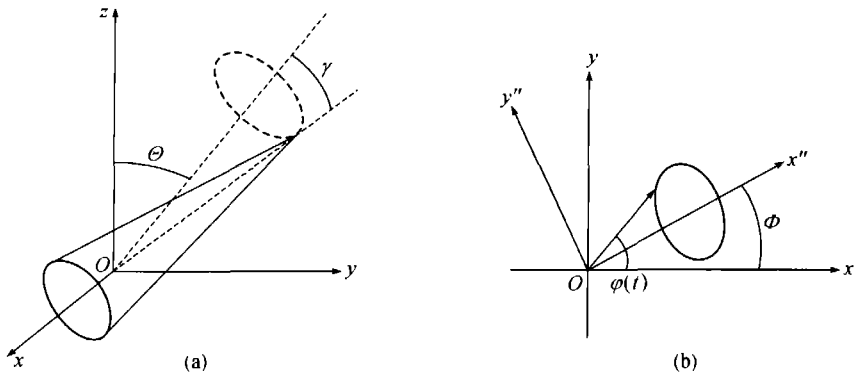

图2 Θ>γ时弹头在oxyz坐标中(a)的位置关系及弹头顶部在oxy平面上(b)的投影轨迹

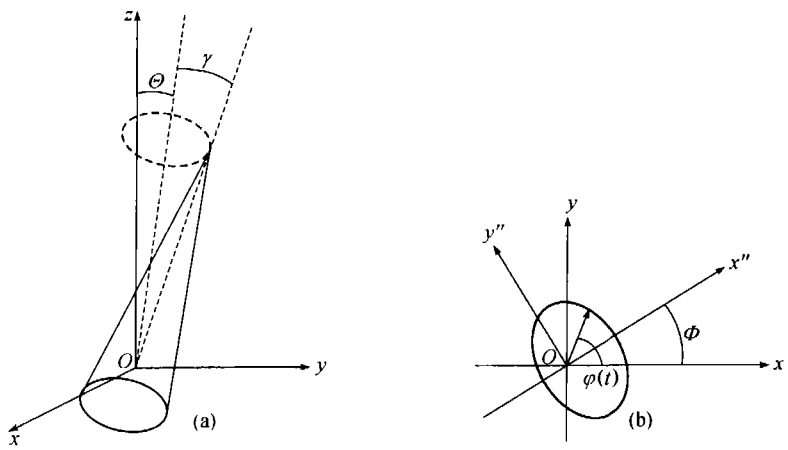

图3 Θ<γ时弹头在oxyz坐标中(a)的位置关系及弹头顶部在oxy平面上(b)的投影轨迹

设 x 极化与过弹头对称轴且垂直于 oxy 的平面的夹角为 $\varphi(t)$，由(5)式和图2，3可知锥顶轨迹可以表示为

$$(x''(t), y''(t)) = R(\cos\Theta\sin\gamma\sin(\bar{\omega}t + \varphi_0) + \sin\Theta\cos\gamma, -\sin\gamma\cos(\bar{\omega}t + \varphi_0)),$$

则有

$$\tan[\varphi(t) - \Phi] = \frac{y''(t)}{x''(t)} = \frac{-\sin\gamma\cos(\bar{\omega}t + \varphi_0)}{\cos\Theta\sin\gamma\sin(\bar{\omega}t + \varphi_0) + \sin\Theta\cos\gamma}. \quad (6)$$

2 弹头的散射特性

设测量雷达位于 z 轴正向，H极化分量与坐标轴 x 方向平行，V极化分量与坐标轴 y 方向平行. 设弹头的对称轴在雷达测量坐标系下的姿态为(φ, θ)，其中 $\varphi\in[-\pi, \pi]$，$\theta\in[0, \pi]$，如图4所示.

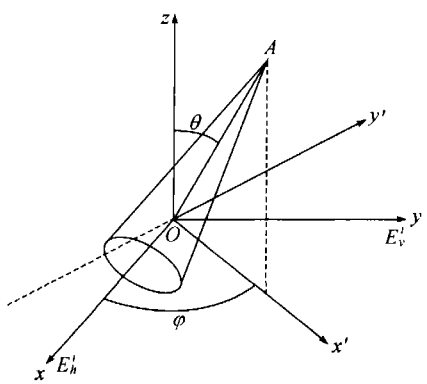

图4 任意姿态时弹头对称轴与极化分量关系图

以弹头质心 o 为原点、平面 zoA 与 xoy 平面的交线为 x'' 轴建立直角坐标系 $ox'''y'''$. 设入射波在

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

H，V极化基下的入射波为$\begin{bmatrix}E_h^i\\E_v^i\end{bmatrix}$，则入射波在$x'''$，$y'''$极化基下可以表示为

$$\begin{bmatrix}E_{/\!/}^i\\E_\perp^i\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\-\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_h^i\\E_v^i\end{bmatrix}. \tag{7}$$

由于弹头为旋转对称体，根据目标互易性原理，在x'''，y'''极化基下，弹头的散射矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{S}_{/\!/\perp}(\theta)=\begin{bmatrix}s_{/\!/}(\theta) & 0\\0 & s_\perp(\theta)\end{bmatrix}. \tag{8}$$

此时其散射回波可以表示为

$$\boldsymbol{E}_{h'v'}^r=\boldsymbol{S}_{/\!/\perp}(\theta)\begin{bmatrix}E_{/\!/}^i\\E_\perp^i\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}s_{/\!/}(\theta) & 0\\0 & s_\perp(\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\-\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_h^i\\E_v^i\end{bmatrix}. \tag{9}$$

将散射回波$\boldsymbol{E}_{h'v'}^r$转化到x和y极化基下可得

$$\boldsymbol{E}_{hv}^r=\begin{bmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\\\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\boldsymbol{E}_{h'v'}^r=\begin{bmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\\\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\cdot$$
$$\begin{bmatrix}s_{/\!/}(\theta) & 0\\0 & s_\perp(\theta)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\-\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_h^i\\E_v^i\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}s_{/\!/}(\theta)\cos^2\varphi+s_\perp(\theta)\sin^2\varphi & (s_{/\!/}(\theta)-s_\perp(\theta))\sin\varphi\cos\varphi\\(s_{/\!/}(\theta)-s_\perp(\theta))\sin\varphi\cos\varphi & s_\perp(\theta)\cos^2\varphi+s_{/\!/}(\theta)\sin^2\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_h^i\\E_v^i\end{bmatrix}. \tag{10}$$

故知在极化基H，V下，弹头对称轴姿态为(φ，θ)时的散射矩阵为

$$\boldsymbol{S}(\varphi,\theta)=\begin{bmatrix}s_{/\!/}(\theta)\cos^2\varphi+s_\perp(\theta)\sin^2\varphi & (s_{/\!/}(\theta)-s_\perp(\theta))\sin\varphi\cos\varphi\\(s_{/\!/}(\theta)-s_\perp(\theta))\sin\varphi\cos\varphi & s_\perp(\theta)\cos^2\varphi+s_{/\!/}(\theta)\sin^2\varphi\end{bmatrix}. \tag{11}$$

由(11)式可知，弹头(旋转对称体)的散射矩阵不仅与雷达视线方向和弹头对称轴的夹角θ有关，而且与极化状态φ有关. 从(11)式可以看出弹头散射矩阵的主对角元素之和仅仅取决于雷达视线和弹头对称轴的夹角，与测量信号的极化状态变量φ无关，即有

$$s_{hh}(\varphi,\theta)+s_{vv}(\varphi,\theta)=s_{/\!/}(\theta)+s_\perp(\theta). \tag{12}$$

3 基于弹头全极化信息的章动频率估计方法

弹头的RCS特性包含了章动信息，为了从弹头回波中获取弹头的章动频率，一个朴素的做法是对弹头的回波数据进行Fourier分析，进而得到其频率分量. 图5给出了某锥球在章动四个周期内的RCS时变特性及其幅频特性，其中弹头的章动频率为4 Hz，雷达视线与弹头章动轴之间的夹角为16°，章动角为10°，雷达频率为9.01 GHz. 从图5(a)可以看出在目标章动周期内，出现了一些虚假的周期特性，这些虚假的周期特性是由于锥球体轴线与雷达视线的夹角θ单调变化时，锥球体的RCS并非单调变化. 从图5(b)可以看出，这种RCS随夹角θ的非单调变化引起的虚假频率分量(8，12和16 Hz)的幅度甚至大于真正的频率分量(4 Hz)，此时利用RCS序列频域分析方法将无法准确的获取章动频率. 为了克服这种虚假周期分量的影响，本文提出了基于弹头类目标全极化信息的章动频率估计方法.

由(11)式可得

$$s_c(t)=s_{hh}(\theta(t),\varphi(t))-s_{vv}(\theta(t),\varphi(t))=$$
$$[s_{/\!/}(\theta(t))-s_\perp(\theta(t))]\cos2\varphi(t), \tag{13}$$
$$s_x(t)=s_{hv}(\theta(t),\varphi(t))+s_{hv}(\theta(t),\varphi(t))=$$
$$[s_{/\!/}(\theta(t))-s_\perp(\theta(t))]\sin2\varphi(t), \tag{14}$$
$$\frac{s_x(t)}{s_c(t)}=\frac{[s_{/\!/}(\theta(t))-s_\perp(\theta(t))]\sin2\varphi(t)}{[s_{/\!/}(\theta(t))-s_\perp(\theta(t))]\cos2\varphi(t)}=\tan2\varphi(t), \tag{15}$$

其中$s_c(t)$为共极化分量之差，$s_x(t)$为交叉极化分量之和. 由(15)式可以看出，旋转对称弹头散射矩阵的交叉极化之和与主极化分量之差的比值与弹头的散射矩阵值无关，它仅仅取决于雷达视线和弹头轴线所决定的平面与x极化方向的夹角. 当弹头章动时，$s_x(t)/s_c(t)$随弹头的章动周期变化，利用该特

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

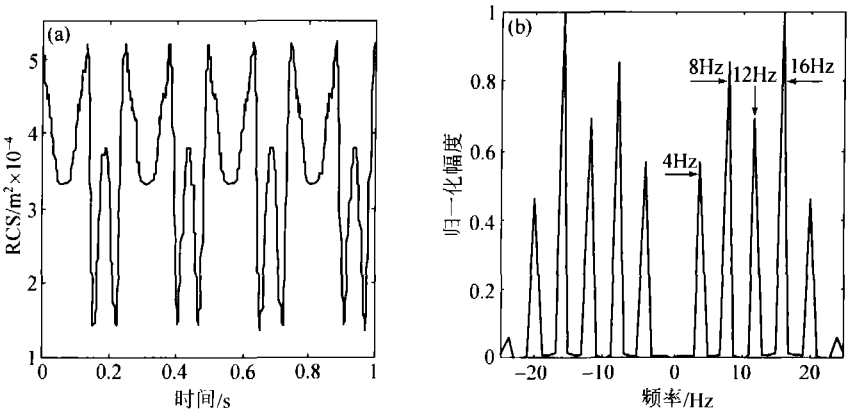

图5 某锥球体RCS时变特性及其归一化频谱

测量频率为9.01 GHz

(a) RCS序列；(b) RCS序列的归一化幅频相应

征量这一属性进行章动频率估计可以有效消除因RCS随电波入射角变化而引起的虚假周期. 下面根据Θ与γ的不同关系分别分析章动频率的估计方法.

3.1 $|\varphi(t)-\Phi|<45°$时的章动频率估计

由图2，3可知当$|\varphi(t)-\Phi|<45°$恒成立时，有$\Theta>\gamma$成立，此时$\cos\gamma>\cos\Theta$，$\sin\Theta>\sin\gamma$，且恒有

$$\cos\Theta\sin\gamma\sin(\bar{\omega}t+\varphi_0)+\sin\Theta\cos\gamma>0\ , \quad (16)$$

$$-1<\tan[\varphi(t)-\Phi]<1\ , \quad (17)$$

$$|\tan2[\varphi(t)-\Phi]|<\infty\ , \quad (18)$$

此时由(6)式可得

$$-1<\tan[\varphi(t)-\Phi]=\frac{-\sin\gamma\cos(\bar{\omega}t+\varphi_0)}{\cos\Theta\sin\gamma\sin(\bar{\omega}t+\varphi_0)+\sin\Theta\cos\gamma}<1\ . \quad (19)$$

解(19)式可得

$$\sin\Theta>\sqrt{2}\sin\gamma\ . \quad (20)$$

图6给出了满足(20)式的γ与Θ最小值的关系. 当Θ和γ满足(20)式时，选择合适的发射极化，即选择合适的Φ(例如$\Phi=0$)，可以使得(15)式在弹头章动周期内恒为有限值，此时对(15)式的值进行反正切运算并进行频域分析，然后滤除其零频分量，其幅度最大的频率分量作为弹头章动频率的估计. 图7为某章动锥球体的$s_x(t)/s_c(t)$，$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$及其幅频响应(零频分量已滤除). 其中$\Theta=16°$，$\Phi=0$，$\gamma=10°$，$\bar{\omega}=8\pi$(即章动频率为4 Hz)，从中看出该方法可以精确估计锥球体的章动频率，而且其谐波分量的幅度非常低.

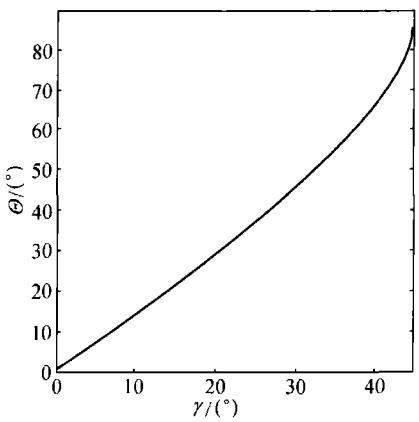

图6 tan2[$\varphi(t)$-Φ]有界时Θ随γ变化的最小取值

3.2 $|\varphi(t)-\Phi|>45°$时的章动频率估计

当$|\varphi(t)-\Phi|>45°$时，对$s_x(t)/s_c(t)$进行的反正切运算将引入伪周期分量，进而使得基于全极化信息的章动频率估计方法无法准确的估计弹头的章动频率. 图8给出了$\Theta=11°$，$\Phi=0$，$\gamma=10°$，$\bar{\omega}=8\pi$时$s_x(t)/s_c(t)$，$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$的值以及其幅频特性. 从中可以看出，在章动周期内$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$出现了比弹头章动频率(4 Hz)更强的频谱分量(8，12，16，20 Hz等)，此时直接对$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$进行频域分析将不能得到正确的章动频率估计.

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

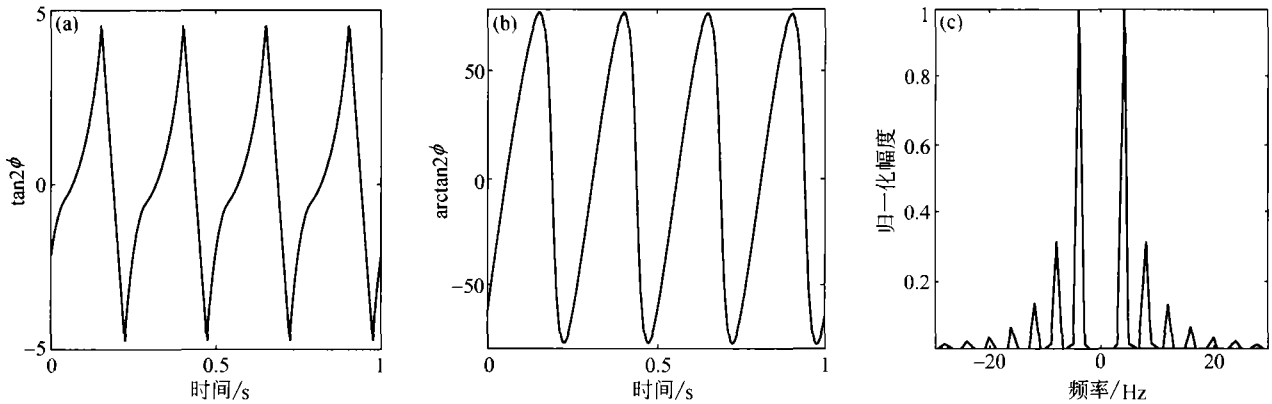

图7 基于某锥球体全极化信息的章动频率估计实验

其中 $\Theta=16°$，$\gamma=10°$，$\Phi=0$，$\tilde{\omega}=8\pi$

(a) $s_x(t)/s_c(t)$；(b) $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$；(c) $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$的归一化幅频响应

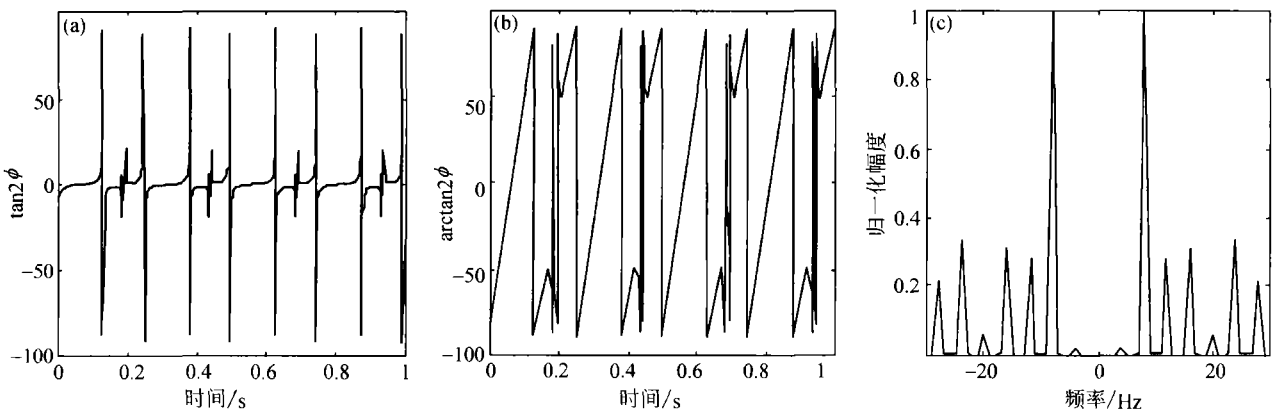

图8 基于某锥球体全极化信息的章动频率估计

其中 $\Theta=11°$，$\gamma=10°$，$\Phi=0$，$\tilde{\omega}=8\pi$

(a) $s_x(t)/s_c(t)$序列；(b) $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$序列；(c) $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$的归一化幅频响应

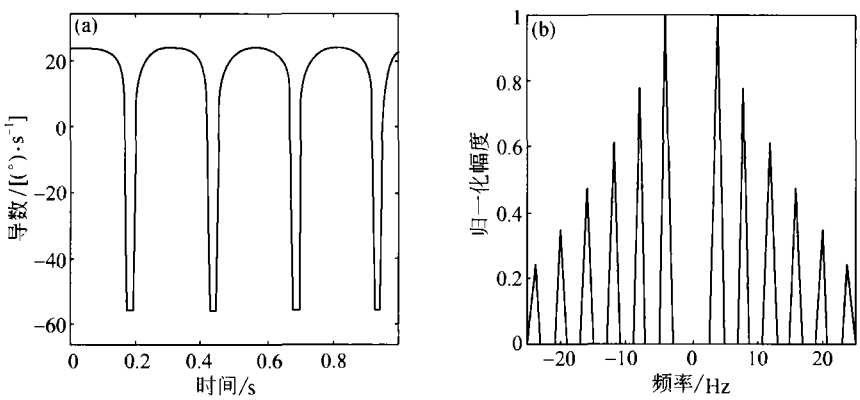

图9 利用 $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$的导数进行章动频率估计结果

其中 $\Theta=11°$，$\gamma=10°$，$\Phi=0$，$\tilde{\omega}=8\pi$

(a) $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$的导数(奇异点的导数设为邻近点的导数)；

(b) $\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$导数的幅频特性

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

从图8(b)可以看出，当$|\varphi(t)-\Phi|>45°$时，虽然$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$引入了伪周期分量，但它仍然具有一定的周期性. 为了消除这种伪周期分量的影响，不妨对$\varphi(t)$关于时间的导数进行频域分析. 弹头章动时$\varphi(t)$是连续变化的，但是反正切运算的运用使得$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$在$\pm\pi/2$处引入了不连续点，进而使得对$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$进行微分时产生奇异点，一个解决的办法是将其不连续点上的导数值设为邻近点的导数值. 图9给出了$\gamma=10°$，$\Theta=11°$，$\Phi=0$，$\dot{\omega}=8\pi$时$\arctan[s_x(t)/s_c(t)]$的导数及其幅频相应曲线，从中可以看出，其最大的频率分量即为章动频率.

4 结束语

本文在对弹头章动特性进行建模的基础上，详细地分析了章动弹头的极化特性并提取出一个与弹头散射矩阵无关的特征量——交叉极化分量之和与共极化分量之差的比值，该特征量随弹头章动而周期变化. 仿真结果表明，本文的方法可以有效克服基于RCS序列的章动频率估计方法引入的虚假频率，具有更好的稳健性. 该方法可以稳健地估计弹头的章动频率，该研究成果可以应用于章动特性不同的弹头及弹头状诱饵的识别中. 需要指出的是本文的分析都是在无噪声情况下进行的，噪声背景下的章动频率估计将是本文的后续工作之一.

参 考 文 献

1 Sessler A M, Cornwall J M, Dietz B, et al. Countermeasures: A Technical Evaluation of the Operational Effectiveness of the Planned US National Missile Defense System, Union of Concerned Scientists and MIT Security Studies Program(Cambridge: First posted April 11, 2000), http: //www. ucsusa. org/arms/CM_toc. html

2 Barton D K. Sputnik Ⅱ as observed by C band radar. IRE Nat Conf Rec, 1959, 7(5): 67 -73

3 U. S. Congress, Office of Technology Assessment. SDI: Technology, Survivability, and Software, OTA-ISC-353. Washington, DC: U. S. Government Printing Office, May 1988, 6

4 杰尔R N著. 角动量——化学及物理学中的方位问题. 北京：科学出版社，1995

5 刘延柱. 陀螺力学. 北京：科学出版社，1986

6 夏南银，等. 航天测控系统. 北京：国防工业出版社，2002

?1994-2016 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net